

УДК 62-50

О. Ф. ОПЕЙКО

## УПРАВЛЕНИЕ ПО ВЫХОДУ С ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИМ АДАПТИВНЫМ РЕГУЛЯТОРОМ

*Белорусский национальный технический университет*

Целью работы является увеличение точности и запаса устойчивости в системе с пропорционально- дифференцирующим (ПД) регулятором и неопределенностью параметров объекта посредством адаптации. Адаптивный регулятор должен обеспечить улучшение точности за счет увеличения коэффициента усиления пропорционального канала регулятора, если ошибка ненулевая. Следовательно, с уменьшением ошибки адаптация становится менее интенсивной, и система сохраняет устойчивость в соответствии с прямым методом Ляпунова. Разработан метод параметрического синтеза для адаптивного ПД-регулятора, основанный на локализации корней на комплексной плоскости. Представлен пример расчета с результатами моделирования, показывающий корректность разработанного метода. Адаптивный ПД- регулятор позволяет повысить точность регулирования без потери устойчивости. Канал адаптации, поскольку выполняет интегрирование ошибки регулирования, способен обеспечить астатизм без интегратора в основном контуре. Адаптивный ПД- регулятор эффективен для систем, работающих преимущественно в переходных режимах, основным требованием в которых является получение апериодических процессов. В системах, где преобладает длительный режим и возмущения ограничены, адаптивный ПД- регулятор позволяет обеспечить статическую точность и устойчивость, однако отработка возмущений может оказаться продолжительной.

**Ключевые слова:** адаптация, параметрическая неопределенность, пропорционально- дифференцирующий (ПД) регулятор, параметрический синтез, устойчивость.

### Введение

Проблема робастного синтеза [1], то есть синтеза управления такого, чтобы показатель качества находился в допустимых пределах при ограниченных внутренних (параметрических) и внешних возмущениях может быть решена в классе адаптивных систем. Метод скоростного градиента [2–4] позволяет обеспечить устойчивость процесса адаптивного управления выбором функции Ляпунова.

Регуляторы пропорционально-интегро-дифференцирующие (ПИД) и их разновидности широко применяются ввиду простой структуры и функциональности [5, 6, 7]. Наличие интегрирующего звена в регуляторе обеспечивает точность, но снижает быстродействие системы и запас устойчивости. Системы с П или ПД регуляторами свободны от этого недостатка, однако требуемая точность может быть достигнута в них лишь путем увеличения коэффициента усиления, что так же снижает запас устойчивости. Остается актуальным применение адаптации ПД-регулятора для уменьше-

ния ошибки регулирования в условиях внешних и параметрических возмущений.

Целью работы является параметрической синтез канала адаптации для настройки параметров ПД-регулятора по сигналу ошибки регулирования вызванной параметрическими и внешними возмущениями объекта. Для этого необходим расчет исходных параметров ПД-регулятора основного контура для линеаризованной редуцированной модели объекта по заданным корням характеристического полинома и синтез канала адаптации по условиям обеспечения устойчивости и качества.

### Синтез канала адаптации

Объект управления должен быть представлен линеаризованной редуцированной моделью не более второго порядка по условию разрешимости задачи модального управления в системе с ПД-регулятором. Вследствие использования при синтезе регулятора линеаризованной редуцированной модели объекта управления [7] показатели качества синтеза-

рованной системы неизбежно будут отличаться от требуемых показателей, что выражается увеличением ошибки регулирования. Адаптивное управление методом скоростного градиента [2–4] позволит организовать устойчивый процесс настройки параметров регулятора в направлении требуемых показателей качества. Система описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1)$$

В качестве объекта управления для адаптации рассматривается синтезированный замкнутый контур с ПД регулятором, дифференцирование принимается идеальным,  $A$ ,  $B$  – постоянные матрицы,  $B = (0, 1)^T$ . Собственные значения  $s_{1,2} = -\alpha_0 \pm j\omega_0$  матрицы  $A$  определяются по требуемому времени регулирования  $t_0$  и ограничению на колебательность,  $\alpha_0 = (3\pi/4 \div 3)t_0$ ,  $\omega_0 \leq \alpha_0$ . Характеристический полином, с учетом обозначения  $r_0^2 = \alpha_0^2 + \omega_0^2$ , принимает вид

$$N_{02}(s) = \det(sI - A) = s^2 + 2\alpha_0 s + r_0^2. \quad (2)$$

Характеристическому полиному соответствует матрица [8]

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{12} & q_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha_0 r_0^2 & r_0^2 \\ r_0^2 & 2\alpha_0 \end{bmatrix}.$$

Эта матрица является положительной, так как удовлетворяет критерию Сильвестра при условии  $r_0^2 < 4\alpha_0^2$ . Следовательно, если  $u = 0$ , то для системы (1) функция Ляпунова  $V = x^T Qx$  является положительно определенной, а ее производная

$$\dot{V} = \dot{x}^T Qx + x^T Q\dot{x} = x^T A^T Qx + x^T QA x < 0$$

отрицательна, поскольку система заведомо устойчива. Канал адаптивного управления строится в соответствии с выражением

$$u = -c^T x = -c_1 x_1 - c_2 x_2 \quad (3)$$

В этом случае движение рассматривается в расширенном пространстве переменных  $x$  объекта и настраиваемых параметров  $c$ , а функция Ляпунова принимается в виде  $V_A = x^T Qx + c^T \Lambda c$ , где  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2)$  – положительная диагональная матрица. Производная от функции Ляпунова в силу системы (1) с учетом (3) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{V}_A &= \dot{x}^T Qx + x^T Q\dot{x} = \\ &= x^T (A - Bc^T)^T Qx + x^T Q(A - Bc^T)x + \dot{c}^T \Lambda c + \\ &+ c^T \Lambda \dot{c} = \dot{V} - x^T (cB^T Q + QBc^T)x + \dot{c}^T \Lambda c + c^T \Lambda \dot{c}. \end{aligned}$$

Для отрицательности  $\dot{V}_A$  достаточно, чтобы

$$-x^T (cB^T Q + QBc^T)x + \dot{c}^T \Lambda c + c^T \Lambda \dot{c} = 0,$$

поскольку  $\dot{V} < 0$ . Здесь

$u_S = B^T Qx = x^T QB = q_{12}x_1 + q_{22}x_2 = r_0^2 x_1 + 2\alpha_0 x_2$  – скалярная величина, и настройка параметров ПД-регулятора соответствует условию  $-c^T u_S x + c^T \Lambda \dot{c} = 0$ , или  $\Lambda \dot{c} = u_S x$ . Разностное уравнение настройки принимает вид

$$\Lambda(c_{k+1} - c_k) = u_S x_k. \quad (4)$$

Последнее уравнение с учетом  $x_{2,k} = (x_{1,k} - x_{1,k-1})/T_s$  записывается в виде двух скалярных уравнений

$$\lambda_1(c_{1,k+1} - c_{1,k}) = T_s u_{Sk} x_{1,k},$$

$$\lambda_2(c_{2,k+1} - c_{2,k}) = u_{Sk}(x_{1,k} - x_{1,k-1}).$$

Последнее уравнение преобразуется к виду

$$c_{2,k+1} - c_{2,k} = \lambda_2^{-1} (T_s^{-1} \lambda_1 (c_{1,k+1} - c_{1,k}) - u_{Sk} x_{1,k-1}).$$

Установившееся состояние возможно при  $u_S = r_0^2 x_1 + 2\alpha_0 x_2 \equiv 0$  и, следовательно, при

$$c_{2,k+1} - c_{2,k} = \lambda_1 T_s^{-1} \lambda_2^{-1} (c_{1,k+1} - c_{1,k})$$

Отсюда следует, что параметры  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , которые определяют интенсивность адаптации, чтобы обеспечить затухание колебаний, должны удовлетворять условию

$$\lambda_1 / (T_s \lambda_2) \geq 2\alpha_0 / r_0^2. \quad (5)$$

Если в основном контуре управления ошибка регулирования  $x_1 \equiv 0$ , либо  $u_S = q_{12}x_1 + q_{22}x_2 = r_0^2 x_1 + 2\alpha_0 x_2 \equiv 0$ , то, в соответствии с (4), коэффициенты  $c$  сигнала управления (3) постоянны, и адаптация отсутствует. Если в основном контуре ошибка регулирования  $x_1 \neq 0$  и  $u_S \neq 0$ , что происходит по причине внешних и параметрических возмущений, происходит настройка параметров  $c$  до достижения  $x_1 \equiv 0$ .

### Результаты моделирования

Структура моделируемой системы представлена на рис. 1. На входе системы действует периодический входной сигнал. На входе ПД-регулятора (звено  $PD$ ) сигнал задания сравнивается с сигналом  $y$  обратной связи по выходной величине объекта управления, представленного передаточной функцией  $Kp$ . Звено  $Ko$  отражает немоделируемую динамику, не учтенную при синтезе. На вход звена адаптации  $ADAPT$  поступает вектор  $x$  ошибки регу-

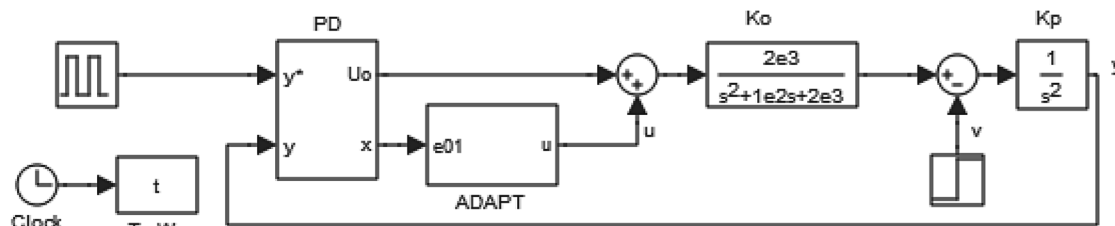
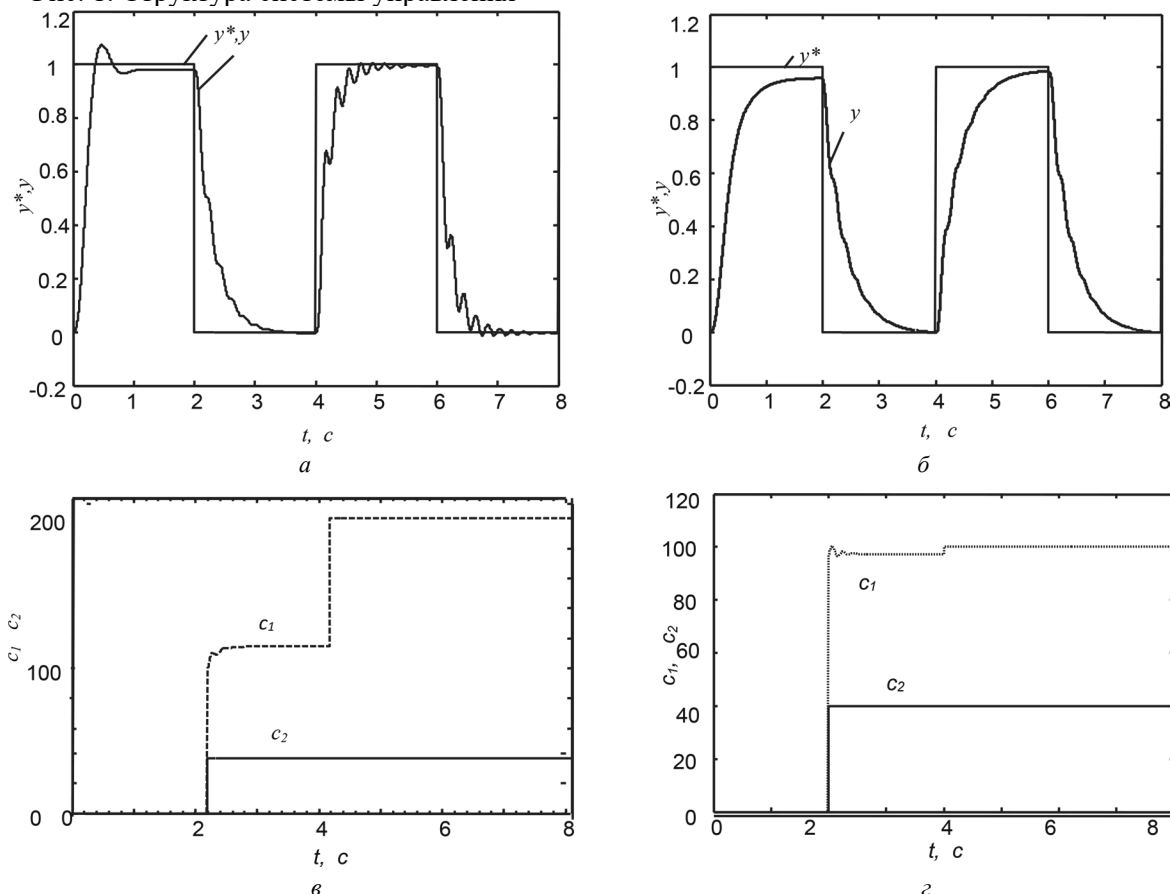


Рис. 1. Структура системы управления

Рис. 2. Процессы в системе при повторяющемся ступенчатом воздействии на входе, а, б – изменение сигнала задания и выходной величины, в, г – процессы настройки параметров; а, в – при  $\alpha_0 = 5, r_0^2 = 50$ ; б, г, – при  $\alpha_0 = 5, r_0^2 = 25$ 

лирования и ее производной. Звено адаптации *ADAPT* функционирует в соответствии с уравнением (4). Сигнал (3) адаптивного управления суммируется с сигналом управления основного контура.

Сигналы настройки параметров *C* должны быть ограничены так, чтобы спектральный радиус  $\rho_C$  матрицы  $A_C = A - Bc^T$  замкнутой системы (с учетом контура адаптации) не превосходил допустимого значения ввиду наличия немоделируемой динамики *Ko* в системе.

На рис. 2 представлен процесс в системе с контуром адаптации, не моделируемая часть имеет ПФ  $K_0 = \frac{2 \cdot 10^3}{s^2 + 100s + 2 \cdot 10^3}$ , возмущаю-

щее воздействие  $v = 1$ , задающее воздействие  $y^* = 1$  приложено в момент времени  $t = 0,5c$ , а контур адаптации начинает функционировать при  $t = 2c$ .

Шаг расчета сигнала управления в регуляторе равен значению  $T_S = 0,001c$ . Уровни ограничения сигналов настройки ПД-регулятора приняты в виде выражений  $c_1 \in [-2\alpha_0, 8\alpha_0]$ ,  $c_2 \in [-r_0^2, 4r_0^2]$ . Параметры, определяющие интенсивность адаптации в соответствии с выражением (5), приняты  $\lambda_1^{-1} = 5$ ,  $\lambda_2^{-1} = 0,005$ .

На рис. 2, б, в показаны процессы при  $c_1 = r_0^2 = 50, c_2 = 2\alpha_0 = 10$ , а на рис. 2, г, д – для параметров, равных  $c_1 = r_0^2 = 25, c_2 = 2\alpha_0 = 10$ , то есть при различных значениях спектраль-

ного радиуса  $r_0$  матрицы расчетной замкнутой системы.

Уменьшение  $r_0$  позволило значительно уменьшить колебания в системе, что видно из сравнения процессов на рис. 2,  $z$ ,  $d$  и подтверждает правильность предложенного метода параметрического синтеза.

Настройка параметров, как видно из выражения (4) и графиков, тем интенсивнее, чем больше ошибка регулирования.

Сравнение результатов моделирования при различных расчетных настройках параметров управления подтверждает, что при наличии внешних и параметрических возмущений, а также немоделируемой динамики следует ограничить спектральный радиус синтезируемой системы, чтобы пренебрежение не моделируемой динамикой (наличием звеньев с малыми постоянными времени в контуре) было правомерно.

Результаты моделирования системы с адаптивным ПД-регулятором показывают, что ин-

тенсивность настройки убывает с уменьшением ошибки регулирования.

### Заключение

Адаптивный ПД-регулятор позволяет повысить точность регулирования без потери устойчивости. Канал адаптации, поскольку выполняет интегрирование ошибки регулирования, способен обеспечить астатизм без интегратора в основном контуре.

Адаптивный ПД-регулятор эффективен для систем, работающих преимущественно в переходных режимах, основным требованием в которых является получение апериодических процессов.

В системах, где преобладает длительный режим и возмущения ограничены, адаптивный ПД-регулятор позволяет обеспечить статическую точность и устойчивость, однако отработка возмущений может оказаться продолжительной.

### Литература

1. Поляк Б. Т., Шербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука. 2002. – 303 с.
2. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB / Б. Р. Андриевский, А. Л. Фрадков. – СПб.: Наука, 2000. – 475 с.
3. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах М., 1990. – 378 с.
4. Blanchetti F. High-Gain Adaptive Control: A derivative-Based Approach / F. Blanchetti, T. Parisini, F. A. Pellegrino and G. Pin // IEEE Transaction on AC, Vol. 54 no. 9 2009. P. 2164–2169.
5. Опейко О. Ф. Адаптивное векторное управление асинхронным электродвигателем. // Энергетика. Изв. высш. учебных заведений и энергетических объединений СНГ. – 2012. – № 4. – 2012. с. 29–33.
6. Astrom K. J. Advanced PID Control / K. J. Astrom, T. Hagglund. – North Carolina: ISA, 2006. – 461 p.
7. Opeiko O. F. Design of a Linear System Using a Semplified Plant Model // Autom. Remote Control. 2005. Vol. 66. no. 1. P. 24–30.
8. Jury E. I. Inners and Stability of Dynamic Systems. / A Willey-Interscience Publications, John Willey & Sons. New York-London-Sydney-Toronto, 1974.

### References

1. Polyak B. T, Shcherbakov P. S. Robust Stability and Control. – Moscow: Nauka. 2002. – 303 p. (in russian).
2. Choice Chapters of Control Theory with Examples on MATLAB / B. R. Andrievsky, A. L. Fradkov – SPeterurg.: Nauka, 2000. – 475 p. (in russian).
3. Fradkov A. L. Adaptive Control in Complex Systems Moscow, 1990.-378 p. (in russian).
4. Blanchetti F. High-Gain Adaptive Control: A derivative-Based Approach / F. Blanchetti, T. Parisini, F. A. Pellegrino and G. Pin // IEEE Transaction on AC, Vol. 54 no. 9 2009. P. 2164–2169.
5. Opeiko O. F. Adaptive Vector Control of Induction Motor. // Energetikaa. – Proceeding of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations. – 2012. – № 4. – 2012. p. 29–33.
6. Astrom K. J. Advanced PID Control / K. J. Astrom, T Hagglund. – North Carolina: ISA, 2006. – 461 p.
7. Opeiko O. F. Design of a Linear System Using a Semplified Plant Model // Autom. Remote Control. 2005. Vol. 66. no. 1. P. 24–30.
8. Jury E. I. Inners and Stability of Dynamic Systems. / A Willey-Interscience Publications, John Willey & Sons. New York-London-Sydney-Toronto, 1974.

Поступила  
30.05.2016

После доработки  
08.06.2016

Принята к печати  
15.09.2016

*Opeiko O. F.*

## OUTPUT CONTROL WITH ADAPTIVE-PROPORTIONAL DIFFERENTIAL CONTROLLER

*Belarusian National Technical University*

*Abstract.* The goal of this article is to improve accuracy and stability margin for system with proportional differential (PD)-controllers and parameters uncertainty by means of adaptation. The adaptive controller must produce the accuracy improving by increasing the proportional gain of controller, when the error is non zero. Consequently, the error decrease, adaptation become less intensive, and the system maintain the stability. The is provided by the correctly constructed Lapunov function. The method of parametric synthesis for adaptive PD-controller is developed based on roots location on complex plane. The numerical example of synthesis is presented with simulation results, which demonstrate the correctness of developed method. The adaptive PD-controller allow accuracy improving with stability retaining, i. e. the adaptivity is able to replace the integrator by proportional gain tuning. The adaptive PD-controller is especially helpful for systems, working with inputs variability, and when the exponential dynamic is of importance. In cases, when disturbances are restricted, the adaptive PD-controller provides the stability and accuracy, but slowly operation.

**Keywords:** Adaptation, parameters uncertainty, proportional differential (PD)-controllers, parametric synthesis, stability.



**Опейко Ольга Федоровна** – доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов», к. т. н., БНТУ. Сморговский тракт 10 кв. 180, Минск 220068, Р. Беларусь.

Д. т. (17) 2 33 62 52; welcome 39 977 41 89 email oopeiko@bntu.by

**Opeiko O. F.** Received the E. E. degree from the Belorussian National Technical University (BNTU),

Minsk, R Belarusussia, in 1970 and the Ph. D. degree from the BNTU, Minsk, in 1975. Her research interests include control, modeling, analysis and simulation of electrical drive, and robotics.